

## РАСЧЁТ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КРИОПРОДУКТОВ С ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

**Зайцев А.В., Кудашов В.Н., Кудашова Н.В.**

zai\_@inbox.ru

Санкт-Петербургский государственный университет  
низкотемпературных и пищевых технологий;  
Завод радиотехнического оборудования

*Повышенные требования к точности определения теплофизических свойств веществ при компьютерных расчётах различных процессов и устройств предполагают необходимость выбора соответствующих методик расчёта. Предлагается фортрановская программа расчёта теплофизических свойств криовеществ в газообразном и жидком состояниях, основанная на надёжных эмпирических уравнениях.*

Ключевые слова: теплофизические свойства, фазовое равновесие, алгоритм, уравнение состояния.

### **Extra Accuracy Calculation of Thermal Properties of Cryogenic Products**

Zaitsev A.V., Kudashov V.N., Kudashova N.V.

St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics,  
Institute of Refrigeration and Biotechnologies

*Rising the accuracy requirements of defining thermophysical properties of substances with using computer calculations of various processes and devices assume the need of choosing corresponding design techniques.*

*Here is offered the Fortran-program of calculating thermophysical properties of cryogenic products in the gaseous and liquid conditions based on the reliable empirical equations.*

Keywords: thermophysical properties, phase balance, algorithm, condition equation.

1. Рассмотрим эмпирическое уравнение состояния реального вещества

$$pv = zRT, \quad (1)$$

где  $p$  – давление,  $v$  – удельный объём,  $z$  – коэффициент сжимаемости,  $R$  – газовая постоянная,  $T$  – температура. Перепишем уравнение (1) в приведённых координатах

$$\pi = p / p_{кр}, \quad \omega = \rho / \rho_{кр}, \quad \tau = T / T_{кр}.$$

Здесь  $\pi$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  – приведённые давление, плотность, температура, а  $p_{кр}$ ,  $\rho_{кр}$ ,  $T_{кр}$  – соответствующие критические параметры. Получим

$$\pi = \omega \tau z / z_{кр}, \quad z_{кр} = \frac{p_{кр}}{RT_{кр} \rho_{кр}}. \quad (2)$$

Будем использовать уравнение состояния в следующем виде [3–6]:

$$z = 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}. \quad (3)$$

Уравнения вида (3) хорошо описывают поведение вещества в газообразном и жидком состояниях.

**2.** Расчёт теплофизических свойств для уравнения состояния вида (3) осуществляется по хорошо известным формулам термодинамики [1, 2]. Запишем для примера формулы для вычисления энтропии и энтальпии:

$$s = s_0 + R \ln \frac{\omega}{\omega_0} + R \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{j-1}{i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}, \quad (4)$$

$$h = h_0 + RT \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+j}{i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}, \quad (5)$$

где  $\omega_0 = p_{см} / RT \rho_{кр}$ ,  $p_{см} = 0,101325 \text{ МПа}$  и  $s_0$ ,  $h_0$  – энтропия, энтальпия в идеально-газовом состоянии. Зная энтропию и энтальпию, легко найти внутреннюю энергию  $u$ , функцию Гельмгольца, функцию Гиббса по формулам

$$u = h - zRT, \quad (6)$$

$$F = u - Ts, \quad (7)$$

$$\Phi = h - Ts. \quad (8)$$

**3.** Как видно из (4), (5), для вычисления теплофизических свойств вещества необходимо знать плотность  $\omega$ . Плотность  $\omega$  в однофазной области при известных значениях  $\pi$ ,  $\tau$  определяется из уравнения:

$$\pi - \frac{\omega \tau}{z_{кр}} \left( 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j} \right) = 0. \quad (9)$$

Уравнение (6) решается численно пошаговым методом половинного деления.

На линии насыщения (кипения) находятся в равновесии жидкость и пар. Из условий равновесия газовой и жидкой сред следует (см. [2])

$$\begin{cases} \tau' = \tau'' = \tau_s ; \\ \pi' = \pi'' = \pi_s ; \\ \varphi' = \varphi'' = \varphi_s , \end{cases} \quad (10)$$

где  $\varphi$  – химический потенциал. Одним штрихом отмечены параметры, относящиеся к жидкой среде, двумя штрихами – к газовой среде. Параметры с индексом  $s$  относятся к линии насыщения.

Если производится расчёт в зависимости от температуры, то из (10) вытекают уравнения для нахождения неизвестных плотностей жидкой и газовой сред

$$\begin{cases} \omega' - \omega'' + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \frac{\omega'^{i+1} - \omega''^{i+1}}{\tau_s^j} = 0; \\ \ln \frac{\omega'}{\omega''} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+1}{i} b_{ij} \frac{\omega'^i - \omega''^i}{\tau_s^j} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Если производится расчёт в зависимости от давления, то получается система из трёх уравнений для поиска температуры и плотностей жидкой и газовой сред

$$\begin{cases} \pi_s - \frac{\omega' \tau_s}{z_{kp}} \left( 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \omega'^{i+1} / \tau_s^j \right) = 0; \\ \pi_s - \frac{\omega'' \tau_s}{z_{kp}} \left( 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \omega''^{i+1} / \tau_s^j \right) = 0; \\ \ln \frac{\omega'}{\omega''} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+1}{i} b_{ij} \frac{\omega'^i - \omega''^i}{\tau_s^j} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Системы (11) и (12) решаются обычным методом Ньютона.

**4.** Программа расчёта реализована на алгоритмическом языке Fortran-95. В программе присутствует специальный регулируемый параметр FEPS равный абсолютному значению правой части уравнения (9) или наибольшему из абсолютных значений правых частей уравнений систем (11) и (12). В нашей программе  $FEPS=10^{-12}$ .

Для азота программа рассчитывает теплофизические свойства в интервале температур от тройной точки до 1500K и  $0,01MPa \leq p \leq 100MPa$  (см. [3]),

для воздуха  $70K \leq T \leq 1500K$  и  $0,01MPa \leq p \leq 100MPa$  (см. [4]),

для кислорода  $T_{mp} \leq T \leq 1500\text{K}$  и  $0,1\text{МПа} \leq p \leq 100\text{МПа}$  (см. [5]),  
для метана  $T_{mp} \leq T \leq 1000\text{K}$  и  $0,1\text{МПа} \leq p \leq 100\text{МПа}$  (см. [6]).

### **Список литературы:**

1. Вукалович М.П., Новиков И.И. Термодинамика. – М.: Машиностроение, 1972. – 672 с.
2. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 416 с.
3. Термодинамические свойства азота/Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 352 с.
4. Термодинамические свойства воздуха/Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 276 с.
5. Термодинамические свойства кислорода/Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1981, – 304 с.
6. Термодинамические свойства метана/Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1979. – 348 с.